

УДК 621.771.01

Шевченко В. В.
Сухоруков И. С.
Сатонин А. А.
Буйновский И. А.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭНЕРГОСИЛОВЫХ ПАРАМЕТРОВ ПРОЦЕССА ДРЕССИРОВКИ ОЦИНКОВАННЫХ ЛИСТОВ И ПОЛОС НА ОСНОВЕ МЕТОДА ВЕРХНЕЙ ОЦЕНКИ

Основным предназначением процесса дрессировки оцинкованных листов и полос, представляющим собой процесс их прокатки с малыми относительными обжатиями, является весьма существенное повышение уровня потребительских свойств готового металлопроката [1, 2]. Применительно к дрессировке монометаллических листов и полос методы расчета энергосиловых параметров данной технологической схемы достаточно широко рассмотрены в работах [1, 3] и в других. Вместе с тем, наличие антикоррозионного цинкового покрытия, механические свойства которого значительно отличаются от аналогичных показателей основного металла, видоизменяет схему напряженно-деформированного состояния и делает необходимым дальнейшее развитие соответствующих методов расчета.

Целью работы является развитие методов расчета энергосиловых параметров процесса дрессировки относительно тонких оцинкованных листов и полос с учетом специфики условий реализации данной технологической схемы.

Как показала предварительная количественная оценка при дрессировке относительно тонких листов и полос толщиной $h_0 = 0,5...2,0$ мм с относительными обжатиями $\varepsilon \leq 3,0$ % соотношение общей протяженности зоны пластического формоизменения L_{nl} и средней толщины h_{cp} находится в диапазоне $L_{nl}/h_{cp} < 2,5$, что делает целесообразным использование метода верхней оценки, основанного на построении и последующем анализе кинематически возможных полей характеристик в физической плоскости и в плоскости годографа скоростей [4, 5].

Рассматриваемые применительно к анализу только верхней половины симметричного по толщине очага деформации расчетные схемы кинематически возможных полей характеристик представлены на рис. 1, при этом условие сохранения целостности композиции, подвергаемой дрессировке, было учтено равенством скоростей перемещения внутренней стальной и наружной цинковой составляющих до $V_{10} = V_{20} = V_0$ и после $V_{11} = V_{21} = V_1$ деформации, что, в свою очередь, обуславливает линейность характеристик 123 и 345 в физической плоскости XU (см. рис. 1, а), связанных с характеристиками 67 и 78 в плоскости годографа скоростей X_vY_v (см. рис. 1, б). Собственно же само решение в этом случае сводится к определению геометрических координат особых точек 1, 2, 3, 4 и 5, характеризующих геометрию раздела жестких зон I, II и III в физической плоскости, а также геометрических координат особых точек 6, 7 и 8, характеризующих скорости перемещения данных жестких зон в плоскости годографа скоростей.

Так, считая по аналогии с методикой работы [5] геометрическую координату X_3 условно известной, по отношению к геометрическим координатам остальных особых точек поля характеристик в физической плоскости можно записать см. рис. 1, а):

$$X_1 = L_{nl}; \quad Y_1 = h_0/2; \quad Y_c = 0,0; \quad X_5 = 0,0; \quad Y_5 = h_1/2;$$

$$\beta_0 = \arctg[Y_1/(X_1 - X_3)]; \quad \beta_1 = \arctg(Y_5/X_3);$$

$$X_2 = X_1 - h_{20}/tg\beta_0; \quad Y_2 = Y_1 - h_{20}; \quad X_4 = h_{21}/tg\beta_1; \quad Y_4 = Y_5 - h_{21}, \quad (1)$$

где, исходя из условий сохранения объема и целостности прокатываемой композиции имеет место выполнение соотношений: $h_{10}/h_{11} = h_{20}/h_{21} = h_0/h_1$;

h_0, h_1 – исходное и конечное значения толщины всей полосы, подвергаемой дрессировке;

$h_{10}, h_{20}, h_{11}, h_{21}$ – исходные и конечные значения толщин основного металла и цинкового покрытия, соответственно:

$L_{nl} = \sqrt{R_{\delta} \Delta h - \Delta h^2 / 4}$ – общая протяженность зоны пластического формоизменения, определяемая радиусом упруго-деформированных рабочих валков R_{δ} и величиной абсолютного обжатия $\Delta h = h_0 - h_1$.

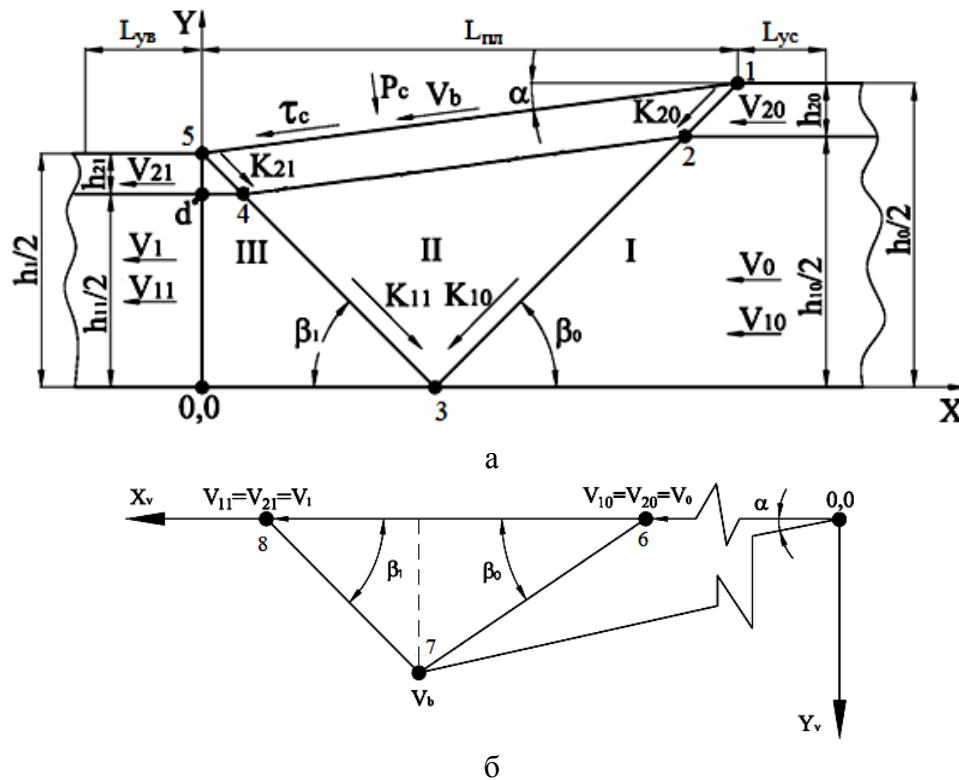


Рис. 1. Расчетные схемы кинематически возможных полей характеристик в физической плоскости (а) и в плоскости годографа скоростей (б) применительно к математическому моделированию энергосиловых параметров процесса дрессировки тонких оцинкованных листов и полос

С учетом известных согласно (1) значений угловых характеристик β_0, β_1 и заданного масштаба геометрического построения M_v по отношению к координатам особых точек в плоскости годографа скоростей (см. рис. 1, б) очевидным является:

$$X_{v6} = M_v V_0; Y_{v6} = 0,0; X_{v8} = V_1 = V_0 h_0/h_1 = X_{v8} h_0/h_1; Y_{v8} = 0,0;$$

$$X_{v7} = (X_{v6} \text{tg}\beta_0 + X_{v8} \text{tg}\beta_1) / (\text{tg}\beta_0 + \text{tg}\beta_1); Y_{v6} = (X_{v7} - X_{v6}) \text{tg}\beta_0, \quad (2)$$

откуда протяженности всех соответствующих отрезков кинематически возможных полей характеристик в физической плоскости и в плоскости годографа скоростей будут равны:

$$L_{12} = \sqrt{(X_1 - X_2)^2 + (Y_1 - Y_2)^2}; \quad L_{23} = \sqrt{(X_2 - X_3)^2 + (Y_2 - Y_3)^2};$$

$$L_{34} = \sqrt{(X_3 - X_4)^2 + (Y_4 - Y_3)^2}; \quad L_{45} = \sqrt{(X_4 - X_5)^2 + (Y_5 - Y_4)^2}; \quad (3)$$

$$L_{67} = \sqrt{(X_{v7} - X_{v6})^2 + Y_{v7}^2}; \quad L_{78} = \sqrt{(X_{v8} - X_{v7})^2 + Y_{v7}^2}; \quad (4)$$

Суммарная же мощность сдвигов в этом случае составит:

$$N_{\Sigma} = (K_{10}L_{23} + K_{20}L_{12})L_{67} + (K_{11}L_{34} + K_{21}L_{45})L_{78}, \quad (5)$$

где K_{10} , K_{20} , K_{11} , K_{21} – сопротивление сдвигу материалов, соответственно, основной составляющей и цинкового покрытия в сечениях на входе и выходе из зоны пластического формоизменения (см. рис. 1, а).

Таким образом, построение кинематически возможных полей характеристик применительно к математическому моделированию процесса дрессировки оцинкованных листов и полос сводится к определению геометрической координаты X_3 , количественная оценка которой, следуя основным положениям вариационных методов анализа [4], должна соответствовать минимуму суммарной мощности сдвигов N_{Σ} .

Анализ результатов численной реализации аналитических зависимостей (1)–(5), выполненный при различных сочетаниях значений сопротивления сдвигу K_{10} , K_{20} , K_{11} , K_{21} показал, что во всех случаях функциональная связь суммарной мощности N_{Σ} и относительного значения геометрической координаты X_3/L_{nl} является довольно монотонной и характеризуется наличием только одного глобального минимума. Отмеченное послужило основанием для использования в качестве минимизационного решения при непосредственном определении X_3/L_{nl} метода целенаправленного перебора с переменным шагом [5], аналитическая форма записи организации итерационной процедуры которого имеет в данном случае следующий вид:

$$(X_3/L_{nl})_{(t+1)} = (X_3/L_{nl})_t + A_{(X/L)} \text{sign}[N_{\Sigma t} - N_{\Sigma(t-1)}], \quad (6)$$

где t – порядковый номер очередного цикла итерационной процедуры решения, начальные условия которой соответствовали $(X_c/L)_t|_{t=1} = 0,0$;

$A_{(X/L)}$ – шаг изменения соотношения (X_3/L_{nl}) , величина которого была принята переменной в зависимости от степени приближения к искомому результату.

Следует отметить, что решение, аналогичное (6), может быть получено и безытерационно, то есть чисто аналитически. Обобщив с этой целью уравнения (1)–(5) суммарную мощность сдвигов можно определить единой зависимостью вида:

$$N_{\Sigma} = M_v \left(\frac{h_0}{h_1} - 1 \right) \frac{h_1(h_0/2)^2 + h_1(L_{nl} - X_3)^2}{X_3(h_0 - h_1) + h_1L_{nl}} \left(K_{01} \frac{h_{10}}{h_0} + K_{02} \frac{2h_{20}}{h_0} \right) +$$

$$+ M_v \left(\frac{h_0}{h_1} - 1 \right) \frac{h_0(h_1/2)^2 + h_0X_3^2}{X_3(h_0 - h_1) + h_1L_{nl}} \left(K_{11} \frac{h_{11}}{h_0} + K_{12} \frac{2h_{21}}{h_0} \right). \quad (7)$$

Продифференцировав данную функцию по отношению к X_3 и приравняв полученное в этом случае выражение нулю, имеем:

$$\begin{aligned}
& X_3^2 \left[h_1 \Delta h \left(K_{10} \frac{h_{10}}{h_0} + K_{20} \frac{2h_{20}}{h_0} \right) + h_0 \Delta h \left(K_{01} \frac{h_{10}}{h_0} + K_{02} \frac{2h_{20}}{h_0} \right) \right] + \\
& + X_3 \left[2h_1^2 L_{nl} \left(K_{10} \frac{h_{10}}{h_0} + K_{02} \frac{2h_{20}}{h_0} \right) + 2h_0 h_1 L_{nl} \left(K_{11} \frac{h_{11}}{h_1} + K_{21} \frac{2h_{21}}{h_1} \right) \right] - \\
& - \left[\left(2h_1^2 L_{nl}^2 + h_1 \Delta h \left(\frac{h_0^2}{4} + L_{nl}^2 \right) \right) \left(K_{10} \frac{h_{10}}{h_0} + K_{20} \frac{2h_{20}}{h_0} \right) + \right. \\
& \left. + h_0 \Delta h \left(\frac{h_1^2}{4} \right) \left(K_{11} \frac{h_{11}}{h_1} + K_{21} \frac{2h_{21}}{h_1} \right) \right] = 0, \quad (8)
\end{aligned}$$

что по своей сути представляет собой квадратное уравнение, корень которого, удовлетворяющий условию $0,0 \leq X_3 \leq L$ и является искомым значением геометрической координаты X_3 .

По мере определения геометрической координаты X_3 и соответствующего ей минимального значения мощности сдвигов $N_{\Sigma \min}$, исходя из условия равенства мощностей внутренних и внешних сил, может быть произведен расчет среднеинтегрального по длине зоны пластического формоизменения значения касательных контактных напряжений τ_c :

$$\tau_c = N_{\Sigma \min} \cos \alpha / (L_{nl} L_{07}), \quad (9)$$

где $\alpha = \arctg(0,5\Delta h / L_{nl})$ – величина угла захвата (см. рис. 1, а);

$L_{07} = \sqrt{X_{v7}^2 + Y_{v7}^2}$ – протяженность характеристики, отображающей в плоскости графа скоростей (см. рис. 1, б) окружную скорость рабочих валков V_b .

С учетом известного значения τ_c , следуя условию равновесия рабочих валков при проектировании всех сил на ось X (см. рис. 1, а):

$$\Sigma F_x = p_c L_{nl} \sin \alpha / \cos \alpha - \tau_c L_{nl} \cos \alpha / \cos \alpha = 0, \quad (10)$$

среднеинтегральное значение нормальных контактных напряжений p_c соответствует:

$$p_c = \tau_c / \tg \alpha. \quad (11)$$

По мере определения p_c с использованием дополнительной итерационной процедуры, организованной по аналогии с методами расчета традиционных схем процессов холодной прокатки [3], производили расчет протяженности зоны пластического формоизменения с учетом упругого сплющивания рабочих валков L_{nlc} , а вместе с этим и расчет их радиусов в упруго-деформированном состоянии $R_{\delta 0}$:

$$L_{nlc} = \sqrt{R_{\delta 0} \Delta h - \Delta h^2 / 4 + x_L^2} + x_L; \quad (12)$$

$$R_{\delta 0} = (L_{nlc}^2 + \Delta h^2 / 4) / \Delta h, \quad (13)$$

где $R_{\delta 0}$ – радиус рабочих валков в их исходном, т. е. в упруго-недеформированном состоянии;

$x_L = 8R_{\delta 0} p_c (1 - W_{\delta}^2) / (\pi E_{\delta})$ – вспомогательная переменная, используемая для упрощения формы записи;

W_ϵ, E_ϵ – коэффициент Пуассона и модуль упругости материала рабочих валков.

Оценку сходимости данной итерационной процедуры (12), (13), необходимость организации которой обусловлена наличием функциональных взаимосвязей $p_c = F(R_{\epsilon\delta}, \dots)$ и $R_{\epsilon\delta} = F(p_c, \dots)$, производили по величине относительного приращения радиуса $R_{\epsilon\delta}$ в каждом последующем цикле, приняв за условно-допустимое значение $\delta R_{\epsilon\delta} = 0,1\%$.

Следует отметить, что еще одной отличительной особенностью методов расчета процесса дрессировки является необходимость учета зон упругого сплющивания в сечениях на входе и зон упругого восстановления полосы в сечениях на выходе из рабочих валков, протяженности которых L_{yc} и $L_{yв}$ (см. рис. 1, а) соизмеримы с протяженностью непосредственно зоны пластического формоизменения L_{nl} .

Исходя из обобщенного закона Гука [6] и учитывая, что с учетом специфики условий реализации рассматриваемого процесса главное напряжение $\sigma_1 = -p_c$, главное осевое напряжение отсутствует, т. е. $\sigma_3 = 0$, а главное напряжение σ_2 , исходя из допущения о плоско-деформированном состоянии, соответствует $\sigma_2 = (\sigma_1 + \sigma_3)/2 = -p_c/2$, величина относительных деформаций упругого сжатия по толщине основного металла ϵ_{11} и покрытий ϵ_{12} в сечениях на входе и выходе из очага деформации может быть определена как:

$$\epsilon_{11} = -p_c(1 - W_{n1}/2)/E_{n1}; \epsilon_{12} = -p_c(1 - W_{n2}/2)/E_{n2}, \quad (14)$$

где $W_{n1}, W_{n2}, E_{n1}, E_{n2}$ – коэффициенты Пуассона и модули упругости материалов, соответственно, основной составляющей и покрытий.

С учетом выражений (14), суммарная упругая деформация в абсолютном измерении на входе δh_0 и на выходе δh_1 из очага деформации могут быть определены как:

$$\delta h_0 = -(h_{10}\epsilon_{11} + 2h_{20}\epsilon_{12}); \delta h_1 = -(h_{11}\epsilon_{11} + 2h_{21}\epsilon_{12}), \quad (15)$$

а искомые протяженности зон упругого сплющивания L_{yc} и упругого восстановления $L_{yв}$ в этом случае соответствуют:

$$L_{yc} = \sqrt{R_{\epsilon\delta}(\Delta h + \delta h_0) - (\Delta h + \delta h_0)^2/4} - L_{nl}; \quad (16)$$

$$L_{yв} = \sqrt{R_{\epsilon\delta}\delta h_1 - \delta h_1^2/4}. \quad (17)$$

И, наконец, исходя из известных среднеинтегральных значений нормальных p_c и касательных τ_c контактных напряжений, а также известных значений протяженностей зон упругого сплющивания L_{yc} , пластического формоизменения L_{nl} и упругого восстановления $L_{yв}$, количественные оценки вертикальной составляющей силы P процесса дрессировки оцинкованных листов и полос и моментов M_I на каждом из рабочих валков равны:

$$P = \{p_c[(L_{yc} + L_{yв})/2 + L_{nl}] + \tau_c L_{nl} \operatorname{tg} \alpha\} B; \quad (18)$$

$$M = \tau_c L_{nl} R_{\epsilon\delta} B / \cos \alpha. \quad (19)$$

В целом, представленные зависимости (1)–(19) в сочетании с подпрограммами по определению показателей сопротивления сдвигу K_{10} , K_{20} , K_{11} и K_{21} [5] составили полный алгоритм по автоматизированному расчету энергосиловых параметров процесса дрессировки относительно тонких оцинкованных листов и полос, отличительной особенностью которого является учет неоднородного распределения механических свойств, а также корректный учет упругих деформаций рабочих валков и деформируемых композиций.

Анализ результатов численной реализации рассмотренной математической модели показал, что с увеличением толщины цинкового покрытия имеет место некоторое снижение энергосиловых параметров процессов дрессировки, при этом критериальная оценка данных результатов, выполненная по отношению к достаточно широко используемым методам расчета процессов деформации монометаллических полос [1] подтвердила достаточную степень их соответствия, что свидетельствует о возможности использования полученных теоретических решений применительно к автоматизированному расчету и проектированию технологий и оборудования процесса дрессировки оцинкованных листов и полос.

ВЫВОДЫ

На основе метода верхней оценки разработана численная математическая модель по автоматизированному расчету энергосиловых параметров процесса дрессировки относительно тонких оцинкованных листов и полос, отличительной особенностью которой является учет неоднородного характера распределений механических свойств по высоте зоны пластического формоизменения, а также корректный учет упругих деформаций рабочих валков и деформируемой композиции.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Третьяков А. В. *Дрессировка и качество тонкого листа* / А. В. Третьяков, Е. М. Третьяков, Г. Н. Мигачева. – М. : *Металлургия*, 1977. – 232 с.
2. *Улучшение пластических свойств оцинкованной полосы* / Д. И. Ярославский, К. Н. Соколов, И. Д. Шемякина, В. Г. Григоренко, Э. Г. Фомина // *Бюллетень ин-та Черметинформация*. – 1976. – № 11 (765). – С. 41–43.
3. *Теория прокатки : справочник* / А. И. Целиков, А. Д. Томленов, В. И. Зюзин [и др.]. – М. : *Металлургия*, 1982. – 335 с.
4. Бровман М. Я. *Применение теории пластичности в прокатке* / М. Я. Бровман. – М. : *Металлургия*, 1991. – 265 с.
5. Федоринов В. А. *Математическое моделирование напряжений, деформаций и основных показателей качества при прокатке относительно широких листов и полос : монография* / В. А. Федоринов, А. В. Сатонин, Э. П. Грибков. – Краматорск : ДГМА, 2010. – 156 с.
6. Писаренко Г. С. *Справочник по сопротивлению материалов* / Г. С. Писаренко, А. П. Яковлев, В. В. Матвеев. – К. : *Наукова думка*, 1975. – 705 с.

Шевченко В. В. – инженер-конструктор ПАО «НКМЗ»;

Сухоруков И. С. – аспирант ДГМА;

Сатонин А. А. – инженер-конструктор ПАО «НКМЗ»;

Буйновский И. А. – студент ДГМА.

ПАО «НКМЗ» – Публичное акционерное общество «Новокраматорский машиностроительный завод», г. Краматорск.

ДГМА – Донбасская государственная машиностроительная академия, г. Краматорск.

E-mail: amm@dgma.donetsk.ua

Статья поступила в редакцию 13.01.2012 г.